

# MATEMATYKA

## KLASA 8

**ŚRODA 27.05.2020**

Dzień dobry, dzisiaj omówimy ostatni temat związany z prawdopodobieństwem, jutro i w piątek zrobimy powtórzenie i od poniedziałku będziemy cały czas powtarzać do egzaminu.

Zapiszcie temat lekcji: „Kombinatoryka a prawdopodobieństwo”.

Kombinatoryka to dział matematyki zajmujący się odpowiadaniem na pytania typu „na ile sposobów...” lub „ile jest możliwości wyboru...?” itp. Dział ten będzie szeroko omawiany w szkole średniej, dzisiaj wykonamy kilka podstawowych zadań związanych z tym działem.

Zadania związane z kombinatoryką i prawdopodobieństwem rozwiązujemy według poniższych kroków:

Krok 1. Liczymy, ile jest wszystkich możliwości.

Krok 2. Wypisujemy i liczymy zdarzenia sprzyjające.

Krok 3. Liczymy prawdopodobieństwo.

Przykład 1.

*Rzucamy trzema kostkami dwudziestościennymi o różnych kolorach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma otrzymanych liczb będzie mniejsza od 5?*

Zaczynamy od policzenia wszystkich możliwości.

Na pierwszej kostce może wypaść 20 ścian, na drugiej i trzeciej również, więc wszystkich możliwości mamy  $20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000$ .

Suma otrzymanych oczek ma być mniejsza od 5, wypisuję wszystkie możliwości.

| Oczka na pierwszej kostce | Oczka na drugiej kostce | Oczka na trzeciej kostce |
|---------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1                         | 1                       | 1                        |
| 1                         | 1                       | 2                        |
| 1                         | 2                       | 1                        |
| 2                         | 1                       | 1                        |

W czterech przypadkach suma oczek jest mniejsza od 5.

Zatem prawdopodobieństwo wynosi  $\frac{4}{8000} = \frac{1}{2000}$ .

Odp. Prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek mniejszej od 5 wynosi  $\frac{1}{2000}$ .

## Przykład 2.

*W urnie są kule: 6 białych i 2 czarne. Losujemy kolejno dwie z nich. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosujemy obie czarne kule? Rozważ dwa przypadki: losowanie ze zwracaniem i losowanie bez zwracania.*

Rozważmy najpierw losowanie ze zwracaniem.

Wszystkich kul jest osiem. Losujemy pierwszą kulę i wybieramy jedną z ośmiu kul w urnie. Odkładamy kulę do urny i ponownie losujemy jedną kulę z ośmiu możliwych, zatem wszystkich możliwości mamy  $8 \cdot 8 = 64$ .

Aby wylosować dwie kule czarne musielibyśmy przy pierwszym losowaniu wybrać jedną z dwóch kul czarnych, odłożyć ją do urny, a następnie jeszcze raz wylosować kulę czarną, jedną z dwóch w urnie, więc mamy  $2 \cdot 2 = 4$  możliwości.

Prawdopodobieństwo wynosi  $\frac{4}{64} = \frac{1}{16}$ .

Rozważmy losowanie bez zwracania.

Pierwszą kulę wybieramy jedną z 8 kul, odkładamy ją na bok, a drugą kulę wybieramy jedną z siedmiu, czyli mamy  $8 \cdot 7 = 56$  możliwości.

Aby wylosować dwie kule czarne musielibyśmy przy pierwszym losowaniu wybrać jedną z dwóch kul czarnych, odłożyć ją na bok, a następnie wybrać ostatnią kulę czarną, zatem mamy  $2 \cdot 1 = 2$  możliwości.

Prawdopodobieństwo wynosi  $\frac{2}{56} = \frac{1}{28}$ .

## Przykład 3.

*Mały Artur układa „pociąg” z 6 klocków, kładąc je w rzędzie jeden za drugim. Klocki są koloru białego, czerwonego, żółtego, zielonego, niebieskiego i czarnego. Jakie jest prawdopodobieństwo, że skrajnymi klockami będą biały i czarny?*

Zaczynamy od policzenia wszystkich możliwości.

Pierwszy klocek wybieramy z 6 możliwych, drugi z 5 możliwych, trzeci z 4 możliwych, czwarty z 3 możliwych, piąty z 2 możliwych oraz ostatni na 1 sposób, czyli w sumie mamy

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$  możliwości.

Teraz policzymy ile mamy możliwości ułożenia klocków tak, aby skrajnymi klockami były biały lub czarny.

Jeśli pociąg zacznie się klockiem białym to musi się zakończyć klockiem czarnym.

|       |  |  |  |  |        |
|-------|--|--|--|--|--------|
| biały |  |  |  |  | czarny |
|-------|--|--|--|--|--------|

Drugi klocek mogę wybrać jeden z czterech pozostałych kolorów, trzeci z trzech pozostałych, czwarty z dwóch pozostałych, a piąty z tego, który zostanie jako ostatni.

|       |                 |                 |                 |                |        |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|--------|
| biały | 4<br>możliwości | 3<br>możliwości | 2<br>możliwości | 1<br>możliwość | czarny |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|--------|

Zatem tych możliwości jest  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ .

Jeśli jednak pociąg rozpoczniemy od klocka czarnego, a zakończymy klockiem białym to środkowe możliwości pozostają takie same.

|        |                 |                 |                 |                |       |
|--------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-------|
| czarny | 4<br>możliwości | 3<br>możliwości | 2<br>możliwości | 1<br>możliwość | biały |
|--------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-------|

Zatem wszystkich możliwości jest  $24 + 24 = 48$ .

Prawdopodobieństwo ułożenia „pociągu”, tak, aby skrajnymi klockami były klocki czarne i białe wynosi  $\frac{48}{720} = \frac{1}{15}$ .

W ramach dzisiejszej lekcji zróbcie **zadania 1, 2, 3, 4 ze strony 325, zadanie 5 ze strony 326 oraz Czy już umiem ze strony 326.**

## CZWARTEK 28.05.2020

Zapiszcie dzisiejszy temat: „Powtórzenie wiadomości – zadania” i pod tematem zróbcie wszystkie zadania ze strony 327 z podręcznika.

## PIATEK 29.05.2020

Zapiszcie dzisiejszy temat: „Powtórzenie wiadomości – ćwiczenia” i pod tematem zróbcie zadanie 4/119 z zeszytu ćwiczeń, zadanie 3/120,121 z zeszytu ćwiczeń, zadanie 7/123 z zeszytu ćwiczeń oraz stronę 128 z zeszytu ćwiczeń.